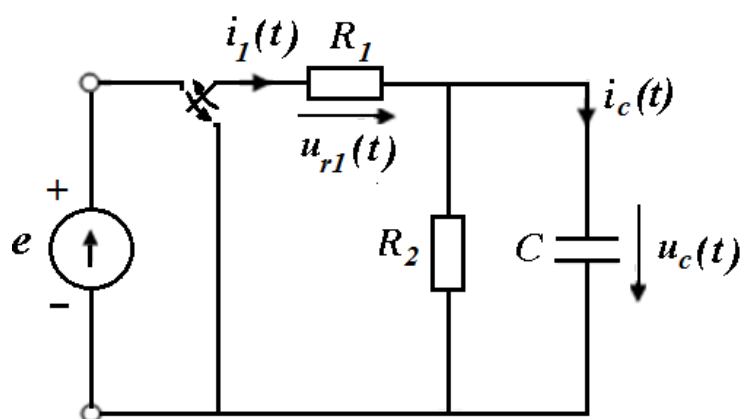


Переходные процессы

Классический метод расчета

Цепи первого порядка

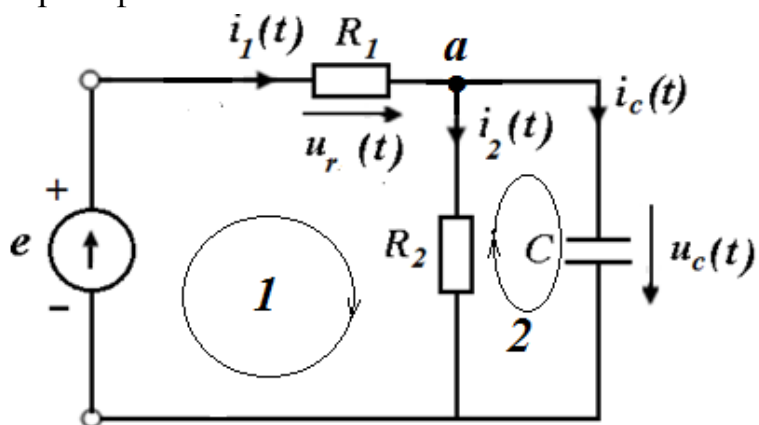
Задача 1



$$U = 100 \text{ В} \quad R_1 = 1 \text{ МОм} \quad R_2 = 2 \text{ МОм} \quad C = 30 \text{ мкф}$$

Рассчитать $u_c(t)$, $u_r(t)$ при подключении схемы к источнику эдс и ее отключении с последующим закорачиванием .

1. Нарисовать схему после коммутации и составить для нее уравнения Кирхгофа

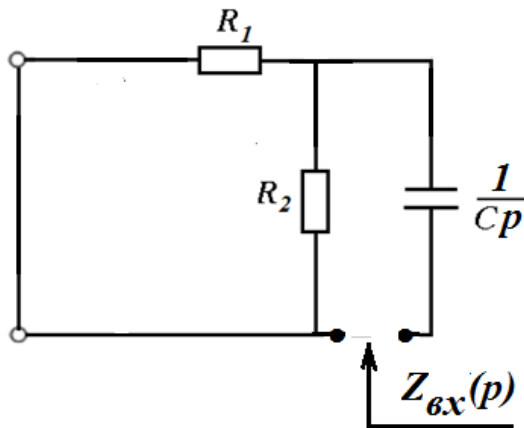


Узел а: $i_1(t) = i_2(t) + i_c(t)$

Контур 1: $i_1(t)R_1 + i_2(t)R_2 = e$

Контур 2: $u_c(t) - i_2(t)R_2 = 0$

2. Составить выражение для характеристического уравнения, найти его корни



$$Z_{ex}(p) = R_{12} + \frac{1}{Cp} \quad R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0.667 \text{ МОм}$$

Характеристическое уравнение

$$R_{12} + \frac{1}{Cp} = 0$$

Корень характеристического уравнения и постоянная времени цепи

$$p = -\frac{1}{R_{12}C} = -0.05 \frac{1}{c} \quad \tau = \frac{1}{|p|} = 20 \text{ с}$$

3. Записать общий вид решения для переходного процесса по виду корней характеристического уравнения

$$u_r(t) = Ae^{pt} + u_{ry}(t) \quad u_c(t) = Be^{pt} + u_{cy}(t)$$

4. Рассчитать установившийся (принужденный) режим в схеме после коммутации

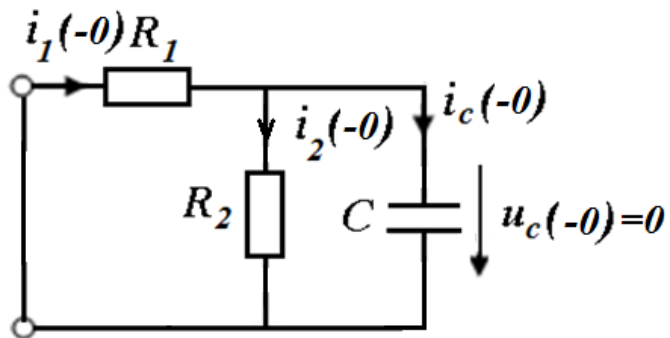
В режиме постоянного тока в схеме после коммутации ток в емкости равен нулю, поэтому

$$i_{1\text{уст}} = i_{2\text{уст}} = \frac{e}{R_1 + R_2} = 33.3 \text{ мкА}$$

$$u_{c\text{уст}} = i_{2\text{уст}} R_2 = 66.7 \text{ В}$$

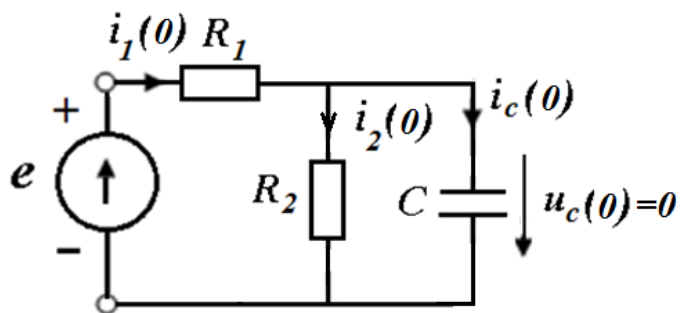
$$u_{r\text{уст}} = i_{1\text{уст}} R_1 = 33.3 \text{ В}$$

5. Рассчитать независимые начальные условия (ННУ) по схеме до коммутации



До коммутации в схеме не было источника, поэтому $u_c(-0) = 0$.
По закону коммутации $u_c(0) = u_c(-0) = 0$

6. Рассчитать зависимые начальные условия (ЗНУ) по схеме после коммутации



Уравнения Кирхгофа при $t=0$

$$i_1(0) = i_2(0) + i_c(0)$$

$$i_1(0)R_1 + i_2(0)R_2 = e$$

$$u_c(0) - i_2(0)R_2 = 0$$

$$i_1(0) = i_2(0) + i_c(0) \quad > \quad i_c(0) = 100 \text{ мкА}$$

$$i_1(0)1 + i_2(0)2 = 100 \quad > \quad i_1(0) = 100 \text{ мкА}$$

$$0 - i_2(0)2 = 0 \quad > \quad i_2(0) = 0$$

$$u_r(0) = i_1(0)1 = 100 \text{ В}$$

7. Определить постоянные интегрирования решения переходного процесса

$$u_r(0) = Ae^0 + u_{r\text{уст}} \Rightarrow A = u_r(0) - u_{r\text{уст}}$$

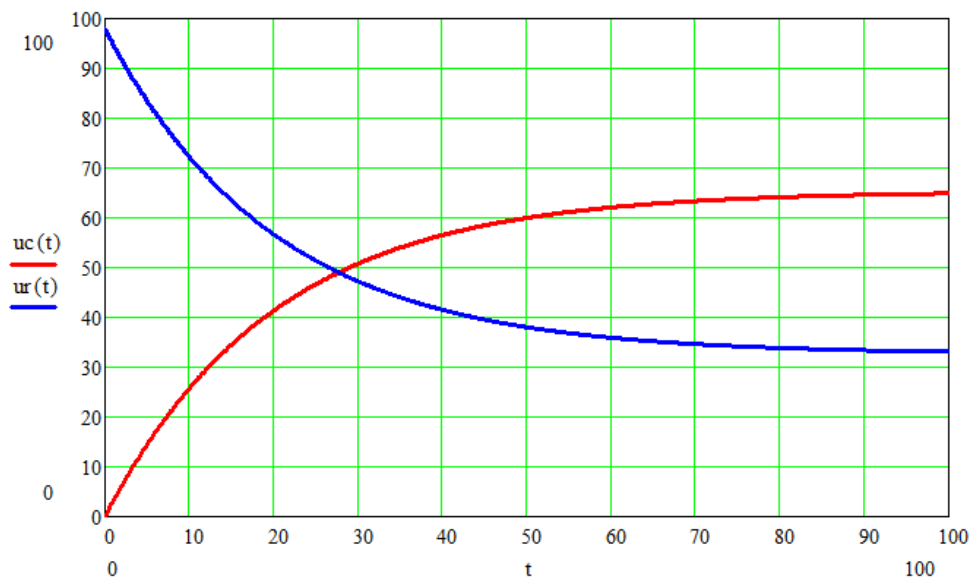
$$u_c(0) = Be^0 + u_{c\text{уст}} \Rightarrow B = u_c(0) - u_{c\text{уст}}$$

$$A = 66.7 \text{ (В)} \quad B = -66.7 \text{ (В)}$$

8. Записать окончательное выражение решения и построить его график

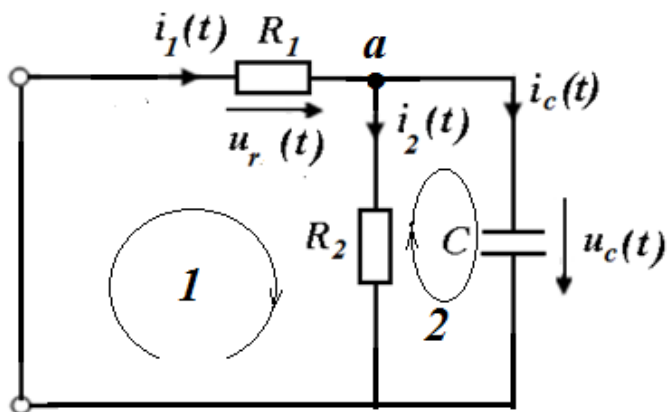
$$u_r(t) = 66.7e^{-\frac{t}{\tau}} + 33.3 \quad u_c(t) = -66.7e^{-\frac{t}{\tau}} + 66.7$$

Графики переходных напряжений



Вторая часть задачи. Отключение схемы с последующим закорачиванием

1. Нарисовать схему после коммутации и составить для нее уравнения Кирхгофа



Узел а: $i_1(t) = i_2(t) + i_c(t)$

Контур 1: $i_1(t)R_1 + i_2(t)R_2 = 0$

Контур 2: $u_c(t) - i_2(t)R_2 = 0$

Выражение для характеристического уравнения и его корни остаются неизменными

Общий вид решения для переходного процесса также не изменяется

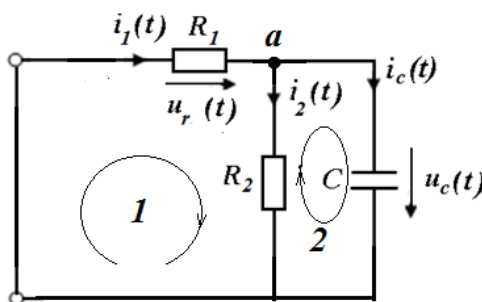
$$u_r(t) = Ae^{pt} + u_{ry}(t) \quad u_c(t) = Be^{pt} + u_{cy}(t)$$

Установившийся режим в схеме после коммутации будет нулевым, так как источник эдс отсутствует.

$$u_{\text{суст}} = 0 \quad u_{r\text{уст}} = 0$$

Независимое начальное условие (ННУ) $u_c(-0)$ из схемы до коммутации будет определяться установившимся значением напряжения на емкости в предыдущей схеме $u_c(-0) = u_c(0) = 66.7$

Зависимые начальные условия (ЗНУ) по схеме после коммутации находятся по уравнениям Кирхгофа, записанным при $t=0$



$$i_1(0) = i_2(0) + i_c(0)$$

$$i_1(0)R_1 + i_2(0)R_2 = 0$$

$$u_c(0) - i_2(0)R_2 = 0$$

$$i_1(0) = i_2(0) + i_c(0) \quad > \quad i_c(0) = -100 \text{ мкА}$$

$$i_1(0)1 + i_2(0)2 = 0 \quad > \quad i_1(0) = -66.7 \text{ мкА}$$

$$66.7 - i_2(0)2 = 0 \quad > \quad i_2(0) = 33.3 \text{ мкА}$$

$$u_r(0) = i_1(0)1 = -66.7 \text{ В}$$

Постоянные интегрирования решения переходного процесса

$$u_r(0) = Ae^0 + u_{r\text{уст}} \Rightarrow A = u_r(0) - 0$$

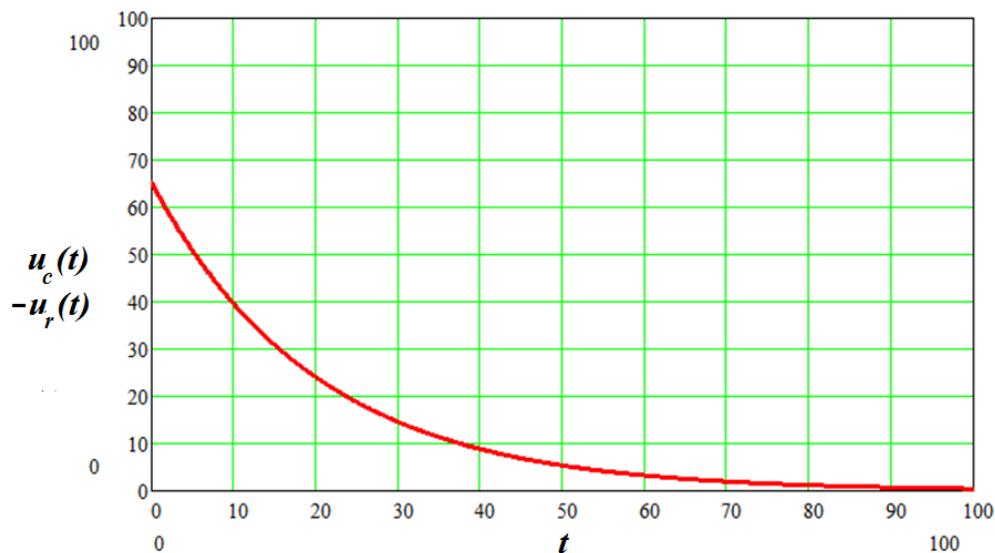
$$u_c(0) = Be^0 + u_{c\text{уст}} \Rightarrow B = u_c(0) - 0$$

$$A = -66.7 \text{ (В)} \quad B = 66.7 \text{ (В)}$$

Окончательное выражение решения и его графики

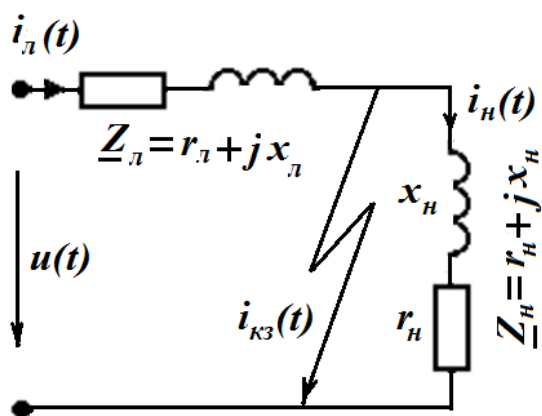
$$u_r(t) = -66.7e^{-\frac{t}{\tau}} \quad u_c(t) = 66.7e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Графики переходных напряжений



Задача 2

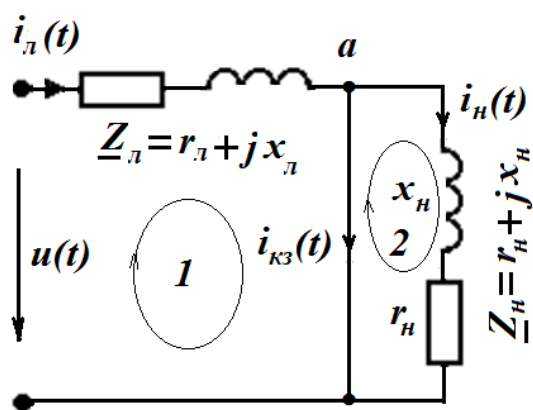
Индуктивный приемник питается от источника синусоидального напряжения через линию передачи. На зажимах приемника произошло короткое замыкание. Рассчитать ток в месте к. з. в переходном режиме.



$$u(t) = 380\sqrt{2} \sin(314t + 90^\circ) \quad \underline{Z}_L = r_L + jx_L = 9 + j5 \quad \underline{Z}_H = r_H + jx_H = 1 + j5$$

Решение

1. Нарисовать схему после коммутации и составить для нее уравнения Кирхгофа



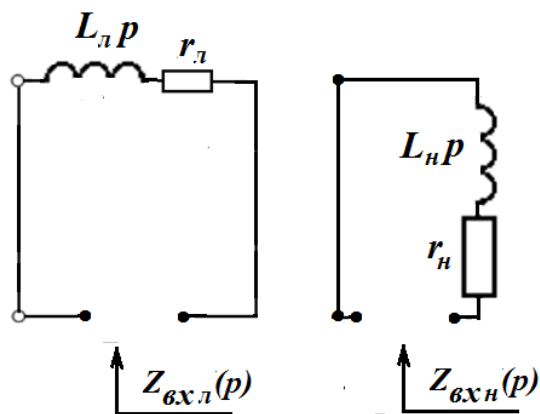
Узел а: $i_L(t) = i_H(t) + i_{K3}(t)$

Контур 1: $i_L(t)r_L + u_L(t) = u(t)$

Контур 2: $u_H(t) + i_H(t)r_H = 0$

Каждое из уравнений 2 закона Кирхгофа является дифференциальным уравнением 1 порядка для токов $i_L(t)$, $i_H(t)$.

2. Составить выражение для характеристического уравнения, найти его корни



$$Z_{\text{вх.л}}(p) = r_{\text{л}} + L_{\text{л}} p = 0 \quad Z_{\text{вх.н}}(p) = r_{\text{н}} + L_{\text{н}} p = 0$$

Параметры $L_{\text{л}}$, $L_{\text{н}}$ определяются по формулам

$$L_{\text{л}} = \frac{x_{\text{л}}}{\omega} = \frac{5}{314} = 0.016 \quad \Gamma_{\text{н}} = L_{\text{н}}$$

Корни характеристического уравнения и постоянные времени цепей первого порядка

$$p_{\text{л}} = -\frac{r_{\text{л}}}{L_{\text{л}}} = -\frac{9}{0.016} = -562.5 \quad \frac{1}{\text{с}} \quad \tau_{\text{л}} = \frac{1}{|p_{\text{л}}|} = 0.0018 \quad \text{с}$$

$$p_{\text{н}} = -\frac{r_{\text{н}}}{L_{\text{н}}} = -\frac{1}{0.016} = -62.5 \quad \frac{1}{\text{с}} \quad \tau_{\text{н}} = \frac{1}{|p_{\text{н}}|} = 0.016 \quad \text{с}$$

3. Записать общий вид решения для переходного процесса по виду корней характеристического уравнения

$$i_{\text{л}}(t) = A e^{p_{\text{л}} t} + i_{\text{лу}}(t) \quad i_{\text{н}}(t) = B e^{p_{\text{н}} t} + i_{\text{ну}}(t)$$

4. Рассчитать установившийся (принужденный) режим в схеме после коммутации

Так как в схеме после коммутации установившийся режим синусоидальный, то расчет проводится комплексным методом и уравнения Кирхгофа принимают вид

$$\dot{I}_{\text{лу}} \underline{Z}_{\text{л}} = \dot{U} \quad \dot{I}_{\text{ну}} \underline{Z}_{\text{н}} = 0 \quad \dot{I}_{\text{лу}} = \dot{I}_{\text{ну}} + \dot{I}_{\text{кзу}}$$

$$\dot{I}_{\text{лy}} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\text{л}}} = \frac{380e^{j90^\circ}}{9+j5} = \frac{380e^{j90^\circ}}{10.3e^{j30^\circ}} = 36.9e^{j60^\circ}$$

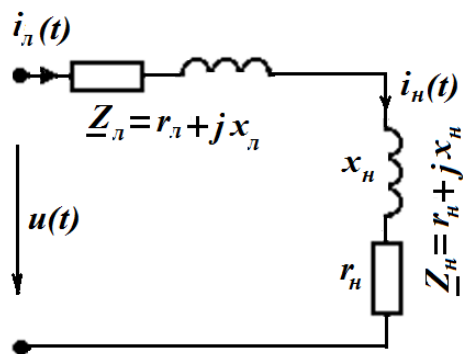
$$i_{\text{лy}}(t) = 36.9\sqrt{2} \sin(314t + 60^\circ)$$

$$\dot{I}_{\text{нy}} = 0 \quad i_{\text{нy}}(t) = 0$$

$$i_{\text{кзy}}(t) = i_{\text{лy}}(t) + i_{\text{нy}}(t) = 36.9\sqrt{2} \sin(314t + 60^\circ)$$

5. Рассчитать независимые начальные условия (ННУ) по схеме до коммутации

Так как в схеме до коммутации установившийся режим синусоидальный, то расчет проводится комплексным методом и уравнения Кирхгофа принимают вид



$$\dot{I}_{\text{л}} = \dot{I}_{\text{н}} \quad \dot{I}_{\text{л}}(\underline{Z}_{\text{л}} + \underline{Z}_{\text{н}}) = \dot{U}$$

$$\dot{I}_{\text{л}} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\text{л}} + \underline{Z}_{\text{н}}} = \frac{380e^{j90^\circ}}{(9+j5) + (1+j5)} = \frac{380e^{j90^\circ}}{14.1e^{j45^\circ}} = 27e^{j45^\circ}$$

$$i_{\text{л}}(t) = i_{\text{н}}(t) = 27\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ) \quad i_{\text{л}}(-0) = i_{\text{н}}(-0) = 27\sqrt{2} \sin(45^\circ) = 27$$

По закону коммутации

$$i_{\text{л}}(0) = i_{\text{н}}(0) = i_{\text{л}}(-0) = i_{\text{н}}(-0) = 27$$

6. Рассчитать зависимые начальные условия (ЗНУ) по схеме после коммутации

$$i_L(0) = i_H(0) + i_{K3}(0) \quad 27 = 27 + i_{K3}(0)$$

$$i_L(0)r_L + u_L(0) = u(0) \quad 27 * 9 + u_L(0) = 537$$

$$u_H(0) + i_H(0)r_H = 0 \quad u_H(0) + 27 * 1 = 0$$

$$u(0) = 380\sqrt{2} * \sin(90) = 537$$

$$i_{K3}(0) = 0$$

$$u_L(0) = 294$$

$$u_H(0) = -27$$

7. Постоянные интегрирования решения переходного процесса

$$A = i_L(0) - i_{Ly}(0) = 27 - 45.2 = -18.2$$

$$i_{Ly}(0) = 36.9\sqrt{2} \sin 60^0 = -45.2$$

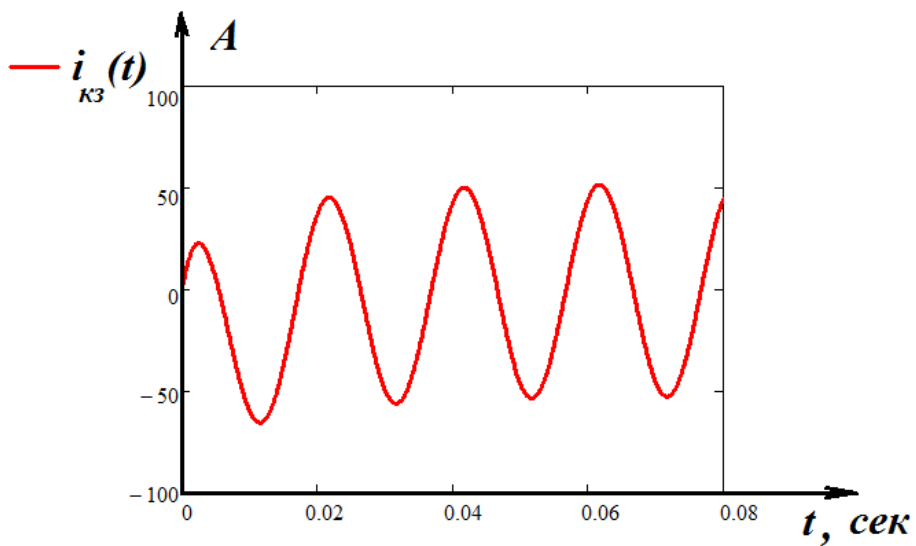
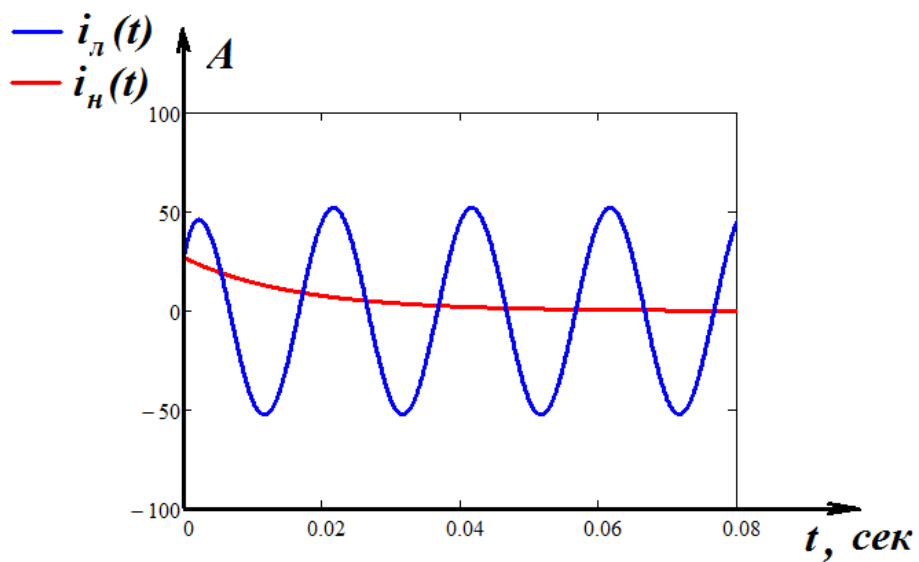
$$B = i_H(0) - i_{Hy}(0) = 27 - 0 = 27$$

Окончательное выражение решения и его графики

$$i_L(t) = -18.2e^{-562.5t} + 36.9\sqrt{2} \sin(314t + 60^0)$$

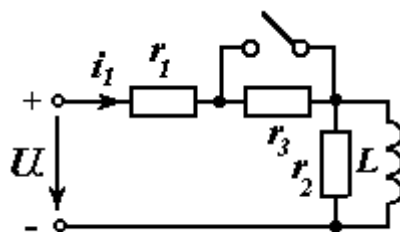
$$i_H(t) = 27e^{-62.5t} + 0$$

$$i_{K3}(t) = -18.2e^{-562.5t} + 36.9\sqrt{2} \sin(314t + 60^0) - 27e^{-62.5t}$$



Задача 3

(для самостоятельного решения)



Дано: $U = 200$ В; $r_1 = 6$ Ом; $r_2 = 9$ Ом; $r_3 = 5$ Ом; $L = 0,3$ Гн.

Рассчитайте ток $i_1(t)$ и постройте его график..

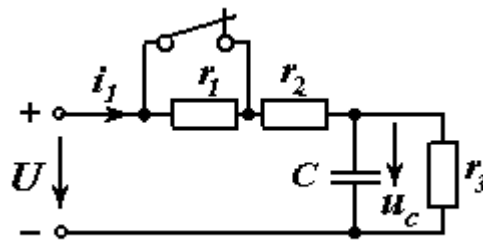
Выписать числовые значения:

- корня характеристического уравнения;
- установившегося значения искомого тока;
- постоянной интегрирования решения для тока $i_I(t)$.

Для самоконтроля решения ($p = -12 \text{ с}^{-1}$, $i_{I\text{уст}} = 33.3 \text{ А}$,
 $A = -9.1 \text{ ампер}$)

Задача 4

(для самостоятельного решения)



. Дано: $U = 12 \text{ В}$; $r_1 = r_2 = r_3 = 2 \text{ кОм}$; $C = 1 \text{ мкФ}$.

Рассчитать $i_I(t)$.

Построить его график

. Выписать числовые значения:

- корня характеристического уравнения;
- установившегося значения искомого тока;
- постоянной интегрирования решения для тока $i_I(t)$.

Для самоконтроля решения ($p = -750 \text{ с}^{-1}$, $i_{I\text{уст}} = 2 \text{ мА}$, $A = -0.5 \text{ мА}$)